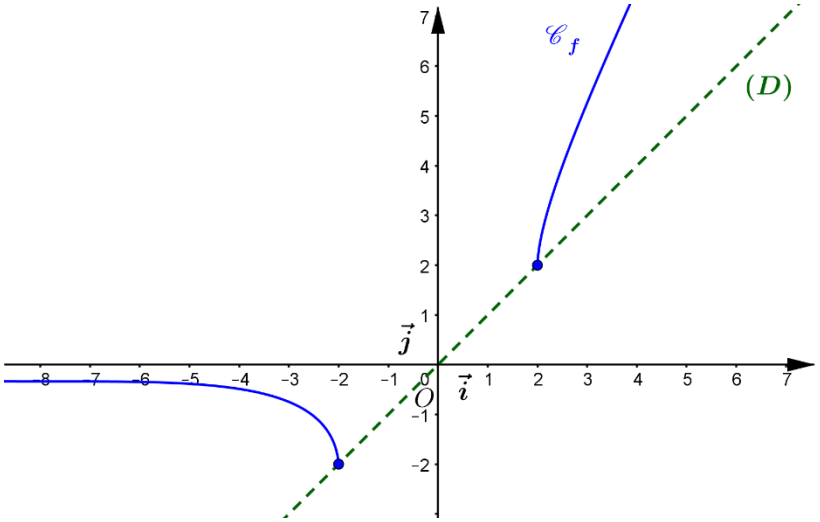
EXERCICE N°1 : 5 points 25 '

Dans la figure ci-dessous, $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-\infty,-2]\cup[2,+\infty[$,

- $\mathscr{C}_f$ admet une branche asymptotique de direction (D) au voisinage de $+\infty$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $-\infty$.



Par lecture graphique :

1°) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)+x\right)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-x^3f(x)}{x^4+1}$.

2°) Soit h la fonction définie, continue et dérivable sur $]-\infty,0]\cup]2,+\infty[$ par : $h(x)=\sqrt{\dfrac{x^3}{x-2}}$,

et $\mathscr{C}_h$ sa courbe représentative.

- On donne ci-dessous le tableau de variation **(incomplet)** de la fonction h.

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
g		↘		‖	‖	↘	$3\sqrt{3}$	↗	

a) Compléter le tableau de variation de h et déterminer les branches infinies de $\mathscr{C}_h$.

b) Montrer que l'équation $h(x)=2$ admet une unique solution $\alpha\in]-3,-2[$.

3°) a) Déterminer les ensembles de définition de $h\circ f$ et $f\circ h$.

b) Montrer que $f\circ h$ est continue sur $]-\infty,\alpha]\cup]2,+\infty[$.

4°) Déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f\circ h(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{h\circ f(x)}{x}$ et $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{1-\cos\left(h(x)-2\right)}{x-\alpha}$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

EXERCICE N°2 : 4 points 20 '

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\begin{cases} x+\sqrt{x^2+21} & \text{si } x\le 2 \\ \dfrac{2x^2-x-6}{-x^2+5x-6} & \text{si } x\in]2,3[\cup]3,4[\\ \sqrt{x^2+x+5}+ax & \text{si } x\ge 4 \quad \text{avec } a\in IR \end{cases}$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f.

1°) Déterminer le domaine de définition de f .

2°) a) Calculer: $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)$

b) Interpréter graphiquement ce résultat.

3°) Etudier la continuité de f en 2.

4°) Calculer : $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire ?

5°) Déterminer a pour que f soit continue en 4.

6°) On suppose que : $a=-4$.

Prouver que : $\Delta : y=-3x+\dfrac{1}{2}$ est une asymptote oblique à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.

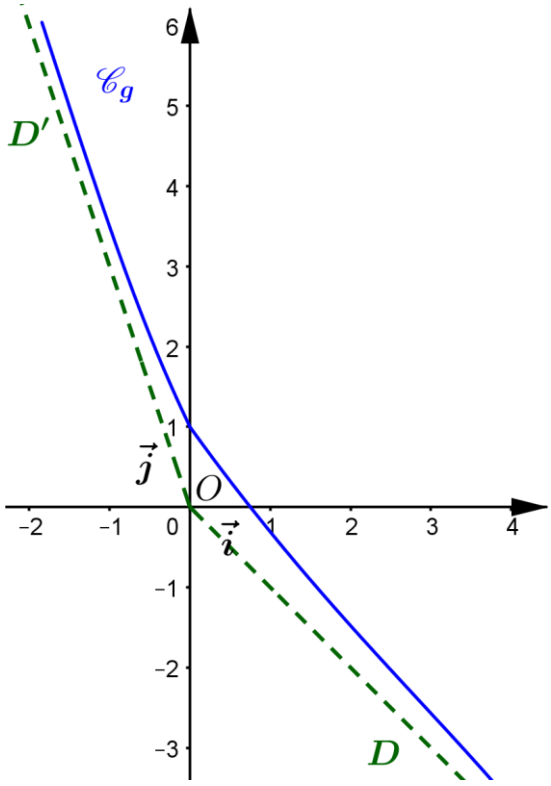
EXERCICE N°3 : 4 points 20 '

1°) On pose $f(x)=1+x^3+x\sin\left(\dfrac{\pi}{x}\right)$, $x\in]-\infty;0[$

a) Montrer que $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$.

b) Vérifier que pour tout $x\in]-\infty;0[$: $1+x+x^3\le f(x)\le 1-x+x^3$.

2°) Le graphique ci-contre représente une fonction g définie sur IR admettant deux asymptotes $D : y=-x$ et $D' : y=-3x$.



a) Déterminer :

$\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$, $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{g(x)}{x}$, $\lim\limits_{x\to -\infty} g\circ g(x)-g(x)$

et $\lim\limits_{x\to +\infty} f\circ g(x)$.

b) Déterminer $g([0,+\infty[)$

3°) Soit la fonction h définie sur IR par : $h(x)=\begin{cases} f(x) & \text{si } x<0 \\ g(x) & \text{si } x\ge 0 \end{cases}$

a) Montrer que h est continue en 0.

b) Montrer que l'équation : $h(x)=-\dfrac{1}{2}$ admet au moins une solution $\alpha\in\left]-\dfrac{3}{2};-1\right[$.

c) Vérifier que : $\sin\left(\dfrac{\pi}{\alpha}\right)=-\dfrac{1}{2}\left(2\alpha^2+\dfrac{3}{\alpha}\right)$.

: 23390248 - 29862815
Tous droits réservés © TakiAcademy.com